ESTIMACION OPTIMA DE BLOQUES DE EXPLOTACION MEDIANTE LA TECNICA DEL KRIGEAGE

RESUMEN

El presente trabajo contribuye a la critica de los métodos clásicos de estimación local y presenta una nueva técnica conocida como "El Krigeage" que supera el empirismo y arbitrariedad de los métodos clásicos.

El Krigeage es el estimador lineal óptimo, que permite no sólo conocer el error que se comete al estimar la ley de un bloque de explotación en función de la ley de los sondajes, sino que también minimiza este error de estimación.

El Algoritmo es presentado en Algol-W lenguaje oficial de eventos técnicos y científicos internacionales.

Ing. MARIO BENDEZU CH.

Profesor del Dpto. de Minas
Universidad Nacional de Tacna

GENERALIDADES

El yacimiento en estudio es de tipo porfirítico reconocido por una malla de sondajes como el mostrado en la fig. 1

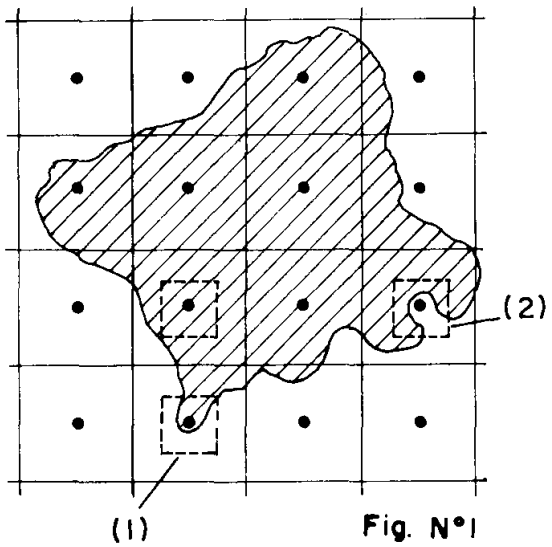

Fig. N°1

Tanto para la evaluación del recurso, como para el diseño de la mina se tendrá que definir el modelo de la mina: tamaño de los paneles de explotación, y la selección de los paneles según una ley crítica o ley de corte: se enviará a la planta concentradora aquel bloque cuya ley es superior a una ley de corte y al botadero o estéril aquel bloque cuya ley es inferior a esta ley de corte. A fin de identificar el destino de cada uno de los bloques o paneles de explotación del yacimiento, hay que evaluar de la mejor forma posible la ley de estos paneles.

Consideremos los paneles (1) y (2) de la fig. No. 1, una solución posible podría ser atribuir al panel la ley del sondaje central, al hacer esto estaríamos cometiendo un error sistemático de sobre-estimación (panel (1) de la fig. 1) al suponer a la ley de sondaje central como ley de bloque y por tanto se corre el riesgo de enviar a la planta un bloque con una ley inferior de corte, y para el otro caso (panel (2) de la fig. 1) estaríamos cometiendo un error sistemático de sub-estimación por lo que dicho bloque sería categorizado como estéril corriendo el riesgo de enviar al botadero un panel (bloque) con una ley superior a la ley de corte.

Como notará estos errores se cometen al estimar un panel solamente con la información existente al interior del panel.

Los métodos clásicos de estimación si bien no permiten precisar una característica importante de la mineralización como su variación espacial(estructural) en cambio, conceptualmente en forma correcta, circunscriben alrededor de una muestra un área o volumen geométrico de influencia.

El formulismo de la geoestadística, desde que da cuenta del recorrido espacial de la variable en estudio (ley de metal por ejemplo) no sólo que reconoce un área de influencia alrededor de la muestra, sino que además la determina cuantitativamente.

Por lo tanto para nuestro propósito de estimar la ley del panel tendremos que considerar no sólo la información al interior del panel sinó también la exterior.

EL METODO CLASICO DE LA ESTIMACION DE PANELES

Analicemos el método clásico de estimación utilizado muy a menudo por la escuela norteamericana. "El inverso de la potencia de la distancia".

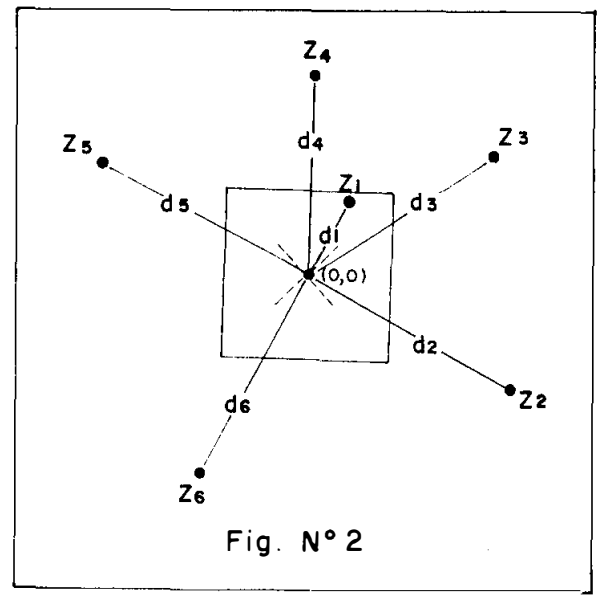

Fig. N° 2

El estimador definido por este método es:

$$Z^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^{6} \frac{1}{d_i^2}} \sum_{i=1}^{6} \frac{Z_i}{d_i^2}$$

donde

Z_i = ley de la iésima muestra,

d_i = distancia de la iésima muestra al centro del panel

¿Qué limitaciones y deficiencias tiene el estimador arriba definido?

1. No tien ninguna justificación analítica desde que no existe ninguna ley física o matemática que nos asegure su validez.

2. No considera el tamaño ni la forma del panel que se desea estimar, es decir para cualquier forma que tenga el panel se utilizará el mismo estimador.

3. Una muestra ubicada en el centro del panel tendrá una distancia cero, por tanto el cuadrado de su inversa será indeterminado. Cabe preguntar ¿qué significación tiene esta muestra en la estimación?

4. No se conoce en qué medida el estimador Z^* se acerca al valor Z verdadero del panel, aún desconocido. Es decir en éste método no hay ninguna posibilidad de medir el error cometido al hacer la estimación del panel.

EL KRIGEAGE

Dada una serie de datos, puntuales o no, dentro del campo de una regionalización intrínseca, el problema del Krigeage consiste en encontrar el mejor estimador posible de puntos no conocidos dentro del campo de dicha regionalización, por ejemplo: Estimación de paneles de explotación, teniendo en cuenta la información disponible, es decir las leyes de las diferentes muestras tomadas, ya sea al interior o exterior del panel que se desea estimar. El Krigeage consiste pues en hacer una ponderación, es decir atribuir un nivel de significación a cada una de las muestras que toman parte en la estimación, estos ponderadores son calculados de manera de hacer mínima la varianza de estimación resultante teniendo en cuenta las características geométricas del problema (forma, dimensión y ubicación relativa de las muestras y del panel).

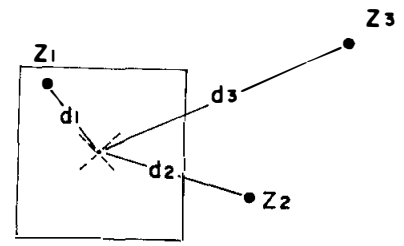

Fig. N° 3

El estimador definido será:

$$Z^* = \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \lambda_3 Z_3$$

donde λ_i $i = 1, 3$ son los ponderadores que se desea calcular.

Como es natural el Krigeage atribuirá ponderadores poco significativos a las muestras alejadas y más significativos a las muestras más cercanas.

Pero esta regla intuitiva puede caer algunas veces en error cuando aparecen fenómenos más complejos como el efecto de pantalla. Naturalmente no será posible resolver el problema del krigeage, es decir calcular efectivamente los ponderadores óptimos que deben atribuirse a cada muestra sino en la condición de hacer ciertas hipótesis sobre las características geoestadísticas del yacimiento que se estudia, es decir, conocer el variograma o la función covarianza de la Función Aleatoria, de los que las leyes puntuales constituyen una realización.

El principal interés del Krigeage se deduce de su definición misma, el de minimizar la varianza de estimación, es decir el de sacar el mejor partido posible de la información disponible o si se prefiere, de obtener la información más precisa posible del panel en cuestión. Esta ventaja es frecuentemente notable a pesar de las complicaciones secundarias que introduce necesariamente una ponderación.

El interés práctico —el más importante del Krigeage— es el que permite evitar un error sistemático.

FORMULACION MATEMATICA DEL KRIGEAGE

Sea Z(x) una función aleatoria estacionaria de covarianza conocida y esperanza no conocida

$$K(x, y) = \sigma(x, y)$$

$$E\,|\,Z(x)\,| = m$$

La ley media del panel (Ley verdadera) en estudio será:

$$Z = \frac{1}{v} \int_v Z(x)\, dx \qquad (1)$$

aún desconocida, la que será estimada a partir de una cierta cantidad de información (muestras) disponibles

$$Z^* = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i \qquad (2)$$

que será el estimador de la ley del panel el que ha de cumplir dos condiciones:

1. Ser un estimador no sesgado (centrado) es decir que la suma de los ponderadores λ_i debe ser igual a la unidad, en efecto

$$E\,[Z^*] = E\,[\sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i]$$

$$E\,[Z^*] = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \quad E\,[Z_i]$$

$$m = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\, m$$

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \qquad (3)$$

La ecuación (3) es conocida como la condición de universalidad.

2. La varianza de estimación sea mínima
Como la discrepancia o error cometido será igual a la diferencia entre la ley estimada y la Ley Verdadera del panel

$$d = Z^* - Z$$

entonces la varianza será definida por :

$$E\,[(Z - Z^*)^2] = E\,[(Z - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i)^2]$$

$$= E\,[Z^2] - 2E\,[Z.\sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i] + E\,[(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i)^2]$$

$$= E\,[Z^2] - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i E\,[Z.Z_i] + E\,[(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i)^2] \qquad \ldots (4)$$

Desarrollando cada uno de los términos de esta ecuación

El primer término de la ecuación (4)

$$E\,[(Z^2)] = \frac{\sum_{i=1}^{n} Z_i^2}{n} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} (Z_i^2 + m^2 - m^2)}{n} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} [(Z_i - m)^2 + 2m\, Z_i - m^2]}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (Z_i - m)^2}{n} + 2m \frac{\sum_{i=1}^{n} Z_i}{n} - \frac{n\,m^2}{n}$$

$$= \sigma^2{}_p + 2m^2 - m^2$$

$$E[(Z^2)] = \sigma_p^2 + m^2 \quad \ldots\ldots (5)$$

El segundo término de la ecuación (4)

De la definición de Covarianza entre 2 elementos

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Z_i - m)(Z_j - m)}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} [(Z_i Z_j - m(Z_i + Z_j) + m^2]}{n}$$

$$= E[Z_i Z_j] - m \frac{\sum_{i=1}^{n} Z_i}{n} - m \frac{\sum_{j=1}^{n} Z_j}{n} + \frac{n\, m^2}{n}$$

$$= E[Z_i Z_j] - 2m^2 + m^2$$

$$E[Z_i Z_j] = \sigma_{ij} - m^2$$

aplicando esta ecuación en el segundo término tenemos :

$$2 \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (\sigma_{ip} + m^2) =$$

$$= 2 \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip} + 2 \sum_{i=1}^{n} \lambda_i m^2 \quad \ldots\ldots (6)$$

el último término de la ecuación (4)

$$E[(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i)^2] =$$

$$= E[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i Z_i \lambda_j Z_j]$$

$$= E[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j Z_i Z_j]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} E[\lambda_i \lambda_j Z_i Z_j]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j E[Z_i Z_j]$$

$$E[(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i)^2] =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j (\sigma_{ij} + m^2) \quad \ldots\ldots (7)$$

Reemplazando (5), (6) y (7) en la ecuación (4)

$$E[(Z^* - Z)^2] =$$

$$\sigma_p^2 + m^2 - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip} - 2\sum_{j=1}^{n} \lambda_i m^2 +$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j (\sigma_{ij} + m^2) =$$

$$= \sigma_p^2 + m^2 - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip} +$$

$$m^2 [\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j - 2 \sum_{i=1}^{n} \lambda_i] +$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij}$$

por la condición de universalidad

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$$

y como : $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j = 1$

$$E[(Z^* - Z)] = \sigma_p^2 - 2 \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip} +$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Luego nuestro problema será determinar los valores de los coeficientes de ponderación que hacen mínima esta varianza, para lo cual recurrimos al formulismo de Lagrange.

Sea

$$\psi = \sigma_p^2 - 2 \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij}$$

La función varianza de variable λ_i ligadas entre sí por una relación funcional $\phi(\lambda_i) = 0$ y se quiere determinar los valores de los ponderadores λ_1 que minimicen la función ψ

$$\psi + \mu \phi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

siendo μ el parámetro de Lagrange, y la ecuación de enlace o condicionante será:

$$\phi = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i - 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

La ecuación (9) quedará escrita como :

$$\psi + \mu \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i - 1\right) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

derivando la ecuación (11) con respecto a los ponderadores λ_i

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda_i} + \mu \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i - 1\right)}{\partial \lambda_i} = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda_i} = -\mu \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i - 1\right)}{\partial \lambda_i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

haciendo μ 2 ∇ y derivando la ecuación (12)

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda_1} = -2 \sigma_{1p} + 2 \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{i1} = 2 \nabla$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda_2} = -2 \sigma_{2p} + 2 \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{i2} = 2 \nabla$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda_n} = -2 \sigma_{np} + 2 \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{in} = 2 \nabla$$

estas ecuaciones y las de enlace, forman un sistema de n + 1 ecuaciones con n + 1 incógnitas las que finalmente se pueden escribir

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij} \sigma_{ij} - \sigma_{ip} = \nabla \qquad \forall\, j = 1, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \qquad (13)$$

Este sistema es conocido con el nombre de Sistema de Matheron del que se obtiene los valores de λ_i que minimizan la varianza de estimación.

VARIANZA DE KRIGEAGE

$$E\,[(Z-Z^*)^2] = E[(Z-\sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z_i)^2]$$

$$= \sigma_p^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij} - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip}$$

$$= \sigma_p^2 + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \sigma_{ij}) - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip}$$

reemplazando la primera ecuación del Sistema de Matheron dentro del paréntesis tenemos:

$$\nabla^2 K = E[(Z-Z^*)^2] = \sigma_p^2 - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (\sigma_{ip} + \nabla) - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip}$$

$$\sigma_K^2 = \sigma_p^2 + \nabla - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sigma_{ip} \quad \ldots\ldots (14)$$

La ecuación (14) es la Varianza de Krigeage

CONSIDERACIONES PARA NUESTROS PROBLEMA

A continuación, presentamos el algoritmo matemático correspondiente a la resolución del Krigeage aplicado al yacimiento El Aguila - Modelo B, cuya ecuación del variograma sigue el esquema de transición de Formery, el tamaño de los paneles es de 25 x 25 x 10 y se evaluará en total 9,639 paneles correspondientes sólo a 21 bancos.

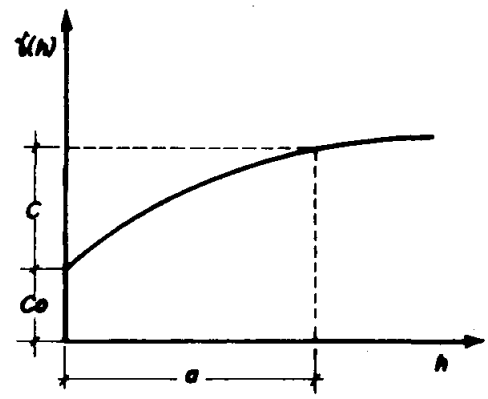

Fig. N° 4

donde :

Co es conocido como el efecto de pepita

a es el alcance

y la ecuación correspondiente a la función intrínseca de Formey sera :

$$\gamma(h) = Co + C\,[1 - e^{-h/a}] \quad \ldots\ldots (15)$$

la covarianza entre los elementos puntuales será:

$$\sigma_{ij} = Co - C - \gamma(h) \quad \ldots\ldots (16)$$

$$\sigma_{ij} = Co - C - C\,[1 - e^{-h/a}]$$

$$\sigma_{ij} = C \cdot e^{-h/a} \quad \ldots\ldots (17)$$

La covarianza muestra-panel se deduce de la definición de covarianza de elementos puntuales.

$$\sigma_{ij} = E[(Z_i - m)(Z_j - m)]$$

$$= E[Z_i Z_j + m^2 - m Z_i - m Z_j]$$

$$= 1/2\,E[(Z_i - m)^2 - (Z_i - Z_j)^2]$$

$$= 1/2\,E[(Z_i - m)^2] + 1/2\,E[(Z_j - m)^2] - 1/2\,E[(Z_i - Z_j)^2]$$

como $E[(Z_i - m)^2] = E[(Z_j - m)^2]$

también $\gamma(h) = 1/2\ E[(Zi - Z_j)^2]$

entoncens $\sigma_{ij} = \sigma_i^2 - \gamma(h)$

y la covarianza entre elementos no puntuales será :

$$\sigma_{ip} = \sigma_i^2 - \bar{\gamma}(h)$$

donde $\bar{\gamma}$ (h) es el valor medio del semivariograma cuando h es la distancia entre dos puntos que recorren independientemente uno la muestra y el otro el panel.

La covarianza muestra-panel será para nuestro esquema

$$\sigma_{ip} = C.\ e^{-\overline{h/a}} \qquad \text{..... (18)}$$

donde h es la distancia entre el punto i y cualquier punto del panel.

$$h = f(x,y) = \sqrt{(x-p)^2 + (y-q)^2}$$

$$\sigma_{ip} = \frac{c}{l^2} \int f_v\ e^{-l/a \sqrt{(x-p)^2 + (y-q)^2}}\ dx\ dy \qquad \text{....(19)}$$

donde: c es la meseta del variograma
a alcance
l lado de la base del panel
p,q coordenadas del punto muestra
v recinto de integración

En cada banco la integral de la ecuación (19) se calculará tantas veces como número de muestras encontradas a una distancia al centro del panel a estimarse menor o igual al alcance del variograma. Ver figura No. 5 .

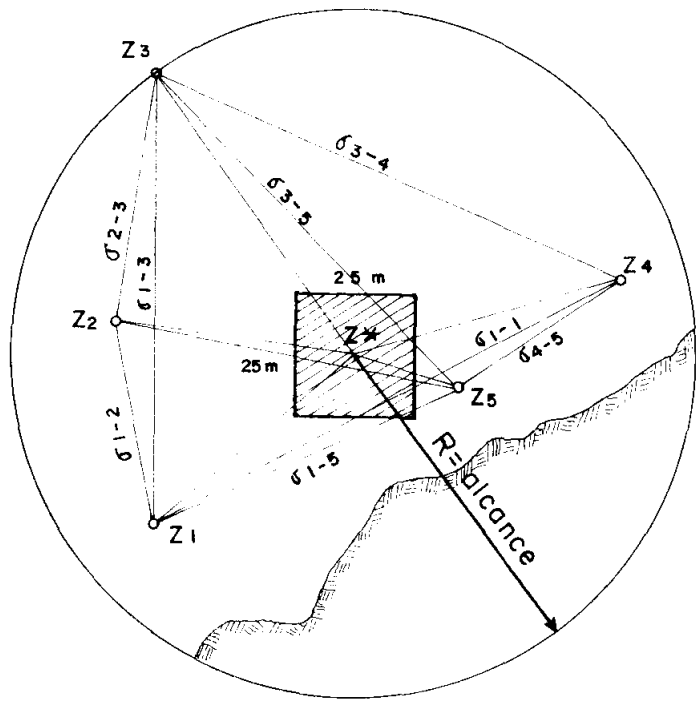

Fig N°5

EL PROGRAMA PARA EL COMPUTADOR

El programa es preparado en Algol - W debido a que este lenguaje presenta bastante ventaja sobre los demás existentes en nuestro medio; es el lenguaje más lógico, coherente y sencillo –el mejor lenguaje con que hasta ahora contamos en el país– y no tiene en este sentido punto de comparación con los demás lenguajes de computación.

Son características del Algol - W :

- A la vez que genera, describe el proceso lo que permite interpretar y entender con facilidad el algoritmo que se está efectuando.
- La recursividad del lenguaje en virtud del cual un procedimiento puede llamarse a sí mismo.
- Asignación dinámica de memoria :
  Como la ejecución del programa se hace por bloques, cuando una instrucción se está ejecutando en un bloque y pasa a ejecutarse otra en el siguiente bloque, la memoria ocupada por las instrucciones del bloque anterior es dejada libre y puede ser ocupada por las instrucciones del bloque que se está ejecutando; asi casi no hay posibilidad de agotar la memoria disponible del computador por muy grande que sea el programa.
- La velocidad de compilación y ejecución.

Para la estimación de un panel, tenemos que seguir los siguientes pasos :

- Seleccionar entre todas las muestras aquellas cuya distancia del centro del panel sea menor o igual al alcance del Variograma.
- Cálculo de las Covarianzas muestra - muestra entre todas las seleccionadas.
- Cálculo de la Covarianza muestra - bloque, donde la integral de la ecuación número (19) habrá de calcularse tantas veces como muestras sean seleccionadas.
- Resolver el Sistema de Matheron.
- Cálculo de la ley estimada del panel

Para la estimación del yacimiento se supone que el modelo de mina está dividido en paralelelípedos de 25 x 25 x 10. Fig. No. 6.

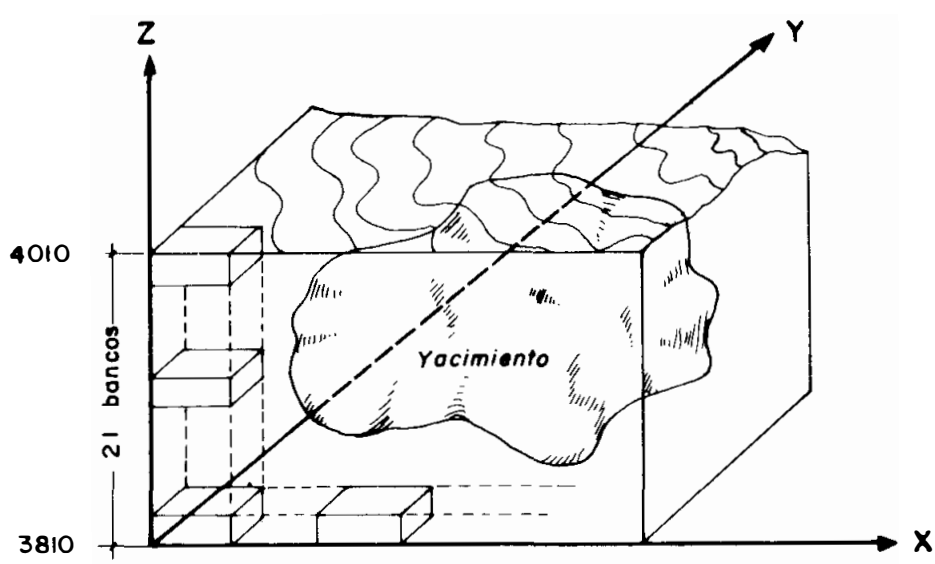

Fig. N° 6

BENDEZU, M. MENDEZ. C.
Seminario de Computación – INCITEMI, Lima 1977.

TONNELLIER, D.–PARDO, F.
Algol - W Centro de Cómputo – UNI, Lima 1973

TULCANAZA, E.
Curso de Geoestadística – Departamento de Minas, UNI, Lima 1974.

ALFARO, M.
III Seminario Internacional de Geoestadística, Santiago 1972

MATHERON, G.
La Théorie des Variables Régionalisées, et sesApplications, Fontainebleau 1970

DAMAY, J. – DUROCHER, M.
Essai de traitement par methodes Geostatisques du probleme de l'estimation et de la repartition des teneurs dans les Gisements en Amas, Santiago 1970.

```
0000 1-        BEGIN   COMMENT                                                    0020
0001 --                                                                           0040
0001 --                                                                           0060
0001 --                          ******************************************       0080
0001 --                          *                                        *       0100
0001 --                          *  EL KRIGEAGE PARA EL ESQUEMA DE FORMERY *      0120
0001 --                          *                                        *       0140
0001 --                          ******************************************       0160
0001 --                                                                           0180
0001 --                                                                           0200
0001 --                                          MARIO BENDEZU CHALCO             0220
0001 --                                                                           0222
0001 --                                          INGENIERIA  DE MINAS             0224
0001 --                                          UNIVERSIDAD DE TACNA             0226
0001 --                                                                           0228
0001 --                                                                           0240
0001 --                                                                  ;        0260
0001 --          PROCEDURE COV_MUEPANEL ( REAL LPAN , CXPAN , CYPAN , CXMUE ,     0280
0001 --                                   CYMUE , MVARIO , IALCAN , ACINTEG ;     0300
0002 --                                   INTEGER DIVLAD );                       0320
0003 2-            BEGIN                                                          0340
0004 --               REAL LCDIV , PMCDIV , CXVERTPAN , CYVERTPAN ,               0360
0004 --                    CXVERTPAN10 ,CYVERTPAN10 , COEXLAD ,                   0380
0004 --                    COEYLAD , DISTMUEPPAN , ACEXP ;                        0400
0005 --               INTEGER  NPLAD , IK ;                                       0420
0006 --               LCDIV:= LPAN /DIVLAD ;   PMCDIV := LCDIV/2. ;               0440
0008 --               NPLAD:= DIVLAD +1 ;                                         0460
0009 --               CXVERTPAN:=CXPAN -LPAN/2. ;                                 0480
0010 --               CYVERTPAN:=CYPAN -LPAN/2. ;                                 0500
0011 --               CXVERTPAN10 := CXVERTPAN ;                                  0520
0012 --               CYVERTPAN10 := CYVERTPAN ;                                  0540
0013 --               ACINTEG := 0. ;                                             0560
0014 --               FOR I:=1 UNTIL NPLAD DO                                     0580
0014 3-                  BEGIN                                                    0600
0015 --                  COEXLAD:= IF(I=1)OR(I=NPLAD) THEN 1.                     0620
0015 --                                                  ELSE 2. ;                0640
0016 --                  FOR J:=1 UNTIL NPLAD DO                                  0660
0016 4-                     BEGIN                                                 0680
0017 --                     DISTMUEPPAN := SQRT((CXVERTPAN10 - CXMUE)**2 +        0700
0017 --                                         (CYVERTPAN10 - CYMUE)**2 ) ;      0720
0018 --                     COEYLAD:= IF(J=1)OR(J=NPLAD) THEN 1.                  0740
0018 --                                                     ELSE 2. ;             0760
0019 --                     ACINTEG:= ACINTEG + COEXLAD * COEYLAD *               0780
0019 --                               EXP(-DISTMUEPPAN * IALCAN ) ;               0800
0020 --                     CYVERTPAN10 := CYVERTPAN10 + LCDIV ;                  0820
0021 -4                     END ;                                                 0840
0022 --                  CXVERTPAN10:= CXVERTPAN10 + LCDIV ;                      0860
0023 --                  CYVERTPAN10:= CYVERTPAN ;                                0880
0024 -3                  END ;                                                    0900
0025 --          CXVERTPAN:= CXVERTPAN + PMCDIV ;                                 0920
0026 --          CYVERTPAN:= CYVERTPAN + PMCDIV ;                                 0940
0027 --          CXVERTPAN10:= CXVERTPAN ;                                        0960
0028 --          CYVERTPAN10:= CYVERTPAN ;                                        0980
0029 --          ACEXP:= 0. ;                                                     1000
0030 --          IK:= 1 ;                                                         1020
0031 --                 WHILE IK <= DIVLAD DO                                     1040
0031 3-                 BEGIN                                                     1060
0032 --                 FOR J:=1 UNTIL DIVLAD DO                                  1080
```

0096219

```
0032 4-                    BEGIN                                                    1100
0033 --                    DISTMUEPPAN:= SQRT((CXVERTPAN10 - CXMUE)**2 +            1120
0033 --                                          (CYVERTPAN10 - CYMUE)**2) ;        1140
0034 --                    ACEXP:= ACEXP + EXP(-DISTMUEPPAN * IALCAN) ;             1160
0035 --                    CYVERTPAN10:= CYVERTPAN10 + LCDIV ;                      1180
0036 -4                    END ;                                                    1200
0037 --                  CYVERTPAN10:= CYVERTPAN ;                                  1220
0038 --                  CXVERTPAN10:= CXVERTPAN10 + LCDIV ;                        1240
0039 --                  IK:= IK + 1 ;                                              1260
0040 -3                  END ;                                                      1280
0041 --        ACINTEG:= (ACINTEG + ACEXP * 8.) * MVARIO /(12 * DIVLAD**2) ;        1300
0042 -2            END COV_MUEPANEL ;                                               1320
0043 --        PROCEDURE SIST_MATH (REAL ARRAY VIND,CSUP,AUX (*) ;                  1340
0044 --                          INTEGER NEC,NVECI,IER ; REAL EPS )  ;              1360
0046 2-        BEGIN                                                                1380
0047 --          REAL PIV,TOLE,PIVI,TB1  ;                                          1400
0048 --          INTEGER  L1, LR ,LST,NM,LEND,                                      1420
0048 --                  LLST,LL,J1,LT1,I1,II,K  ;                                  1440
0049 --          IF NEC <= 0 THEN                                                   1460
0049 --                    IER:= -1                                                 1462
0049 --                    ELSE                                                     1464
0049 3-            BEGIN                                                            1480
0050 --              IER:= 0 ;   PIV:= 0. ;                                         1500
0052 --              LI := 0 ;                                                      1520
0053 --          K:=1 ;                                                             1540
0054 --          WHILE K <= NEC DO                                                  1560
0054 4-                  BEGIN                                                      1580
0055 --                    LI:=LI+K ;                                               1600
0056 --                    TB1:=ABS(CSUP(L1)) ;                                     1620
0057 --                    IF TB1>PIV THEN                                          1640
0057 5-                              BEGIN                                          1660
0058 --                                PIV:=TB1 ;                                   1680
0059 --                                I1:=L1   ;                                   1700
0060 --                                J1:=K                                        1720
0060 -5                              END ;                                          1740
0061 --                    K:=K+1                                                   1742
0061 -4                  END ;                                                      1744
0062 --                                TOLE:= EPS * PIV ;                           1760
0063 --                                LST := 0  ;                                  1780
0064 --                                NM  :=NVECI * NEC ;                          1800
0065 --                                LEND:= NEC - 1  ;                            1820
0066 --                  FOR K21:= 1 UNTIL NEC DO                                   1840
0066 --                            IF PIV > 0 THEN                                  1860
0066 --                            FOR K:= K21 UNTIL K21 DO                         1880
0066 4-                            BEGIN                                           1900
0067 --                            IF (IER¬=0)AND(PIV>TOLE) THEN LT1:=J1-K          1920
0067 5-                                                    ELSE BEGIN               1940
0068 --                                                          IER:=K-1  ;       1960
0069 --                                                          LT1:=J1-K         1980
0069 -5                                                          END ;             2000
0070 --                            LST:=LST + K ;                                   2020
0071 --                            PIVI:=1./CSUP(I1) ;                              2040
0072 --                            FOR L1:=K STEP NEC UNTIL NM DO                   2060
0072 5-                                     BEGIN                                  2080
0073 --                                     LL:=L1 + LT1 ;                         2100
0074 --                                     TB1:= PIVI * VIND(LL) ;                2120
0075 --                                     VIND(LL):=VIND(L1) ;                   2140
0076 --                                     VIND(L1):= TB1                         2160
```

```
0076 -5                                    END ;                                    2180
0077 --                              IF K < NEC THEN                                2200
0077 5-                                    BEGIN                                    2220
0078 --                                    LR:=LST+ENTIER((LT1*(K+J1-I))/2);        2240
0079 --                                    LL:=LR ;                                 2260
0080 --                                    L1:=LST ;                                2280
0081 --                                    FOR II:= K UNTIL LEND DO                 2300
0081 6-                                        BEGIN                                2320
0082 --                                        L1:=L1 +II ;                         2340
0083 --                                        LL:=LL +I ;                          2360
0084 --                              IF L1 < LR THEN                                2380
0084 7-                              BEGIN                                          2400
0085 --                              TB1:=CSUP(LL) ;                                2420
0086 --                              CSUP(LL):=CSUP(L1) ;                           2440
0087 -7                              END                                            2460
0087 --                                        ELSE IF L1= LR THEN                  2480
0087 7-                                            BEGIN                            2500
0088 --                                            CSUP(LL):=CSUP(LST) ;            2520
0089 --                                            TB1:=CSUP(L1)                    2540
0089 -7                                            END                              2560
0089 --                                                    ELSE                     2580
0089 7-                                            BEGIN                            2600
0090 --                                            LL:=L1+LT1 ;                     2620
0091 --                                            TB1:=CSUP(LL) ;                  2640
0092 --                                            CSUP(LL):=CSUP(L1)               2660
0092 -7                                            END ;                            2680
0093 --                              AUX(II):=TB1 ;                                 2700
0094 --                              CSUP(L1):=PIVI * TB1 ;                         2720
0095 -6                                        END ;                                2740
0096 --                  CSUP(LST):= LT1 ;                                          2760
0097 --                  PIV:= 0. ;                                                 2780
0098 --                  LLST:=LST;                                                 2800
0099 --                  LT1 :=0  ;                                                 2820
0100 --                  FOR II:=K UNTIL LEND DO                                    2840
0100 6-                      BEGIN                                                  2860
0101 --                      PIVI:= -AUX(II) ;                                      2880
0102 --                      LL:=LLST ;                                             2900
0103 --                      LT1:=LT1+I ;                                           2920
0104 --                      FOR LLD:=II UNTIL LEND DO                              2940
0104 7-                          BEGIN                                              2960
0105 --                          LL:=LL + LLD ;                                     2980
0106 --                          L1:=LL + LT1 ;                                     3000
0107 --                          CSUP(L1):=CSUP(L1)+PIVI*CSUP(LL)                   3020
0107 -7                          END ;                                              3040
0108 --                      LLST:=LLST+II ;                                        3060
0109 --                      LR:=LLST+LT1 ;                                         3080
0110 --                      TB1:= ABS(CSUP(LR)) ;                                  3100
0111 --                      IF TB1 > PIV THEN                                      3120
0111 7-                        BEGIN                                                3140
0112 --                        PIV:=TB1 ;                                           3160
0113 --                        I1 :=LR  ;                                           3180
0114 --                        J1 :=II+1                                            3200
0114 -7                        END ;                                                3220
0115 --                      FOR LR :=K STEP NEC UNTIL NM DO                        3240
0115 7-                          BEGIN                                              3260
0116 --                          LL:=LR + LT1 ;                                     3280
0117 --                          VIND(LL):= VIND(LL)+PIVI*VIND(LR)                  3300
0117 -7                          END ;                                              3320
```

```
0118 -6                    END ;                                                    3340
0119 -5                                                END ;                        3360
0120 -4                                          END ;                              3380
0121 --          IF(PIV <= 0) OR (LEND < 0) THEN                                    3420
0121 --                                                IER:=-1                      3440
0121 --                                          ELSE                               3460
0121 --              IF LEND > 0 THEN                                               3461
0121 4-                BEGIN                                                        3480
0122 --                II:=NEC ;                                                    3500
0123 --                FOR I:= 2 UNTIL NEC DO                                       3520
0123 5-                   BEGIN                                                     3522
0124 --                   LST:=LST-II ;                                             3540
0125 --                   II:=II-1 ;                                                3560
0126 --                   L1:=ENTIER(CSUP(LST) + 0.5) ;                             3580
0127 --                   FOR J:=II STEP NEC UNTIL NM DO                            3600
0127 6-                      BEGIN                                                  3620
0128 --                      TB1:=VIND(J) ;                                         3640
0129 --                      LL :=J ;                                               3660
0130 --                      K  :=LST ;                                             3680
0131 --                      FOR LT1:=II UNTIL LEND DO                              3700
0131 7-                         BEGIN                                               3720
0132 --                         LL:=LL+1 ;                                          3740
0133 --                         K :=K +LT1 ;                                        3760
0134 --                         TB1:= TB1-CSUP(K) * VIND(LL)                        3780
0134 -7                         END;                                                3800
0135 --                      K:=J+L1  ;                                             3820
0136 --                      VIND(J):=VIND(K) ;                                     3840
0137 --                      VIND(K):=TB1  ;                                        3860
0138 -6                      END ;                                                  3880
0139 -5                   END ;                                                     3882
0140 -4                FND ;                                                        3900
0141 -3              END ;                                                          3940
0142 -2          END SIST_MATH ;                                                    3980
0143 --                     INTEGER PROCEDURE MAT_VECT (INTEGER II,JI) ;            4000
0144 2-                     BEGIN                                                   4020
0145 --                          (II-1)*ENTIER ( II / 2 ) + JI                      4040
0145 -2                     END MAT_VECT ;                                          4060
0146 --      INTEGER  N1,DIVLAD,NUM,N2,N3,NB,I,I2,JA,MP,K,N,J,IER ;                 4080
0147 --          INTEGER NUM10, NUM20 ;                                             4082
0148 --      REAL EPS,CXPANEL,CYPANEL,CZPANEL,CXPPANEL,CYPPANEL,CZPPANEL,           4100
0148 --          CXUPANEL,CYUPANEL,CZUPANEL,MESETA,ALCAN,INALCAN,LLXPANEL,          4120
0148 --          LLYPANEL,LLZPANEL,ESTPANEL,AX,AY,ZNIV,B     ;                      4140
0149 --      STRING (30)TITULO, TAM_PANEL, YACIM  ;                                 4142
0150 --                 READ(TITULO) ;                                              4144
0151 --                 READ(TAM_PANEL) ;                                           4146
0152 --                 READ(YACIM) ;                                               4148
0153 --                      WRITE(TITULO) ;                                        4150
0154 --                      WRITE(TAM_PANEL) ;                                     4152
0155 --                      WRITE(YACIM) ;                                         4154
0156 --      READ(N1) ;                                                             4160
0157 --      N2:=(N1+1)*ENTIER((N1+2)/2) ;                                          4180
0158 --      N3:=3*N1 ;                                                             4200
0159 2-      BEGIN                                                                  4220
0160 --          REAL ARRAY AUX,MATIND (1::N1) ;                                    4240
0161 --          REAL ARRAY MATCOE(1::N2) ;                                         4260
0162 --          REAL ARRAY CXMUE,CYMUE,CZMUE,LEYMUE(1::N3) ;                       4280
0163 --          INTEGER ARRAY INDMUE (1::N1) ;                                     4300
0164 --          EPS:=*-4 ;  NB:= 1 ;                                               4320
```

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA CENTRO DE COMPUTO

```
0166 --          READ(CXPANEL,CYPANEL,CZPANEL) ;                                  4340
0167 --          READ(CXPPANEL,CYPPANEL,CZPPANEL,                                 4360
0167 --               CXUPANEL,CYUPANEL,CZUPANEL ) ;                              4380
0168 --          READ(MESETA,ALCAN) ;                                             4400
0169 --          INALCAN:=1/ALCAN ;                                               4420
0170 --          READ(LLXPANEL,LLYPANEL,LLZPANEL,DIVLAD ) ;                       4440
0171 --          WHILE CZPANEL <= CZUPANEL DO                                     4460
0171 3-          BEGIN                                                            4480
0172 --          NUM :=0 ;  I:=1 ;                                                4500
0174 --          READ (CXMUE(I),CYMUE(I),LEYMUE(I),ZNIV) ;                        4520
0175 --          WHILE ZNIV = CZPANEL DO                                          4540
0175 4-                    BEGIN                                                  4560
0176 --                    NUM:=NUM + 1 ;                                         4580
0177 --                    I:=I+1 ;                                               4600
0178 --                    READ(CXMUE(I),CYMUE(I),LEYMUE(I),ZNIV) ;               4620
0179 -4                    END ;                                                  4640
0180 --          NUM:= NUM-1 ;                                                    4642
0181 --          I:=I-1 ;                                                         4644
0182 --          WRITE ("BANCO=",CZPANEL);                                        4660
0183 --          WHILE CYPANEL <= CYUPANEL  DO                                    4680
0183 4-               BEGIN                                                       4700
0184 --               WHILE CXPANEL <= CXUPANEL DO                                4720
0184 5-                    BEGIN                                                  4740
0185 --                    I2:= I:= 1 ;                                           4742
0186 --                    IF NUM ¬= 0  THEN                                      4760
0186 6-                              BEGIN                                        4780
0187 --                                   NUM10:=NUM ;                            4800
0188 --                                   FOR I:=1 UNTIL NUM10 DO                 4820
0188 7-                    BEGIN                                                  4840
0189 --                         NUM20:=NUM-I ;                                    4860
0190 --                         IF NUM20 >= 0 THEN                                4880
0190 8-                                        BEGIN                              4900
0191 --                         B:=SQRT((CXMUE(I)-CXPANEL)**2 +                   4920
0191 --                                  (CYMUE(I)-CYPANEL)**2) ;                 4940
0192 --                         IF B <= ALCAN THEN                                4960
0192 9-                                   BEGIN                                   4980
0193 --                                        I2:=I2+1 ;                         5000
0194 --                                        INDMUE(I2):=I                      5002
0194 -9                                   END ;                                   5004
0195 -8                                        END ;                              5006
0196 -7                    END ;                                                  5008
0197 -6                              END ;                                        5010
0198 6-                    IF I2 = 1 THEN  BEGIN                                  5020
0199 --                                    ESTPANEL:= 0. ;                        5040
0200 --                                    WRITE(NB,CXPANEL,CYPANEL) ;            5060
0201 -6                                    END                                    5080
0201 6-                         ELSE  BEGIN                                       5100
0202 --                                    IF I2 <= 2 THEN                        5120
0202 7-                                         BEGIN                             5140
0203 --                                         JA:=INDMUE(2) ;                   5160
0204 --                                         ESTPANEL:= LEYMUE(JA) ;           5180
0205 --                                         MP := 1 ;                         5200
0206 -7                                         END                               5220
0206 --                                         ELSE                              5240
0206 7-               BEGIN                                                       5260
0207 --               MATCOE(1):= 0 ;                                             5280
0208 --               MATTIND(1):=1 ;                                             5300
0209 --               FOR I:=2 UNTIL I2 DO                                        5320
```

```
0209 8-                 BEGIN
0210 --                 JA:=INDMUE(I) ;
0211 --                 AX:= CXMUE(JA) ;
0212 --                 AY:= CYMUE(JA) ;
0213 --                 FOR J:=1 UNTIL I DO
0213 9-                      BEGIN
0214 --                      K:= MAT_VECT  ( I , J ) ;
0215 --                      IF J <= I THEN MATCOE(K):=1
0215 0-                                ELSE BEGIN
0216 --                                     JA:=INDMUE(J)  ;
0217 --                                     IF I = J THEN MATCOE(K):=MESETA ELSE
0217 --        MATCOE(K):=MESETA*EXP(-INALCAN*(SQRT((AX-CXMUE(JA ))**2 +
0217 --                                          (AY-CYMUE(JA))**2))) ;
0218 -0                                     END ;
0219 -9                      END ;
0220 --                 COV_MUEPANEL (LLXPANEL,CXPANEL,CYPANEL,AX,AY,MESETA,
0220 --                                INALCAN,MATTIND(I),DIVLAD ) ;
0221 -8                 END ;
0222 --            N:=1;
0223 --            SIST_MATH(MATTIND,MATCOE,AUX,I2,N,IER,EPS ) ;
0224 --            ESTPANEL:=0. ;
0225 --            FOR I:=2 UNTIL I2 DO
0225 8-                                BEGIN
0226 --                                JA:=INDMUE(I) ;
0227 --                                ESTPANEL:=ESTPANEL + MATTIND(I)*LEYMUE(JA) ;
0228 -8                                END ;
0229 --            MP:= I2-1 ;
0230 --            WHILE ESTPANEL <0. DO ESTPANEL:= 0. ;
0231 -7                                  END ;
0232 --            WRITE(NB,CXPANEL,CYPANEL,MP,ESTPANEL,IER) ;
0233 -6            END ;
0234 --                 NB:=NB+1;
0235 --                 CXPANEL:=CXPANEL + LLXPANEL
0235 -5                 END ;
0236 --                                CXPANEL:=CXPPANEL ;
0237 --                                CYPANEL:=CYPANEL + LLYPANEL ;
0238 -4            END ;
0239 --                                CXPANEL:=CXPPANEL  ;
0240 --                                CYPANEL:=CYPPANEL  ;
0241 --                                CZPANEL:=CZPANEL+ LLZPANEL  ;
0242 --                                NB:=1
0242 -3         END ;
0243 -2      END;
0244 -1       END.

EXECUTION OPTIONS: DEBUG,I
```

```
.NOTE 2031 NEAR COORDINATE 0001 - NAME PARAMETER SPECIFIED (WARNING)
  (FOUND NEAR " LPAN , ")

.NOTE 2031 NEAR COORDINATE 0002 - NAME PARAMETER SPECIFIED (WARNING)
  (FOUND NEAR " DIVLAD ) ")

.NOTE 2031 NEAR COORDINATE 0044 - NAME PARAMETER SPECIFIED (WARNING)
  (FOUND NEAR " NEC , ")

.NOTE 2031 NEAR COORDINATE 0045 - NAME PARAMETER SPECIFIED (WARNING)
  (FOUND NEAR " EPS ) ")

.NOTE 2031 NEAR COORDINATE 0143 - NAME PARAMETER SPECIFIED (WARNING)
  (FOUND NEAR " I1 , ")

014.56 SECONDS IN COMPILATION, (07892, 00000) BYTES OF CODE GENERATED
```

ESTIMACION DE LEYES DE COBRE
PARA PANELES DE 25*25*10
MINA EL AGUILA - MODELO B
BANCO= 3810.000

1	50100.00	5450.000			
2	50125.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
3	50150.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
4	50175.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
5	50200.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
6	50225.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
7	50250.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
8	50275.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
9	50300.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
10	50325.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
11	50350.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
12	50375.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
13	50400.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
14	50425.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
15	50450.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
16	50475.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
17	50500.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
18	50525.00	5450.000	1	0.6300000	-67372037
19	50550.00	5450.000			
20	50575.00	5450.000			
21	50600.00	5450.000			
22	50625.00	5450.000			
23	50650.00	5450.000			
24	50675.00	5450.000			
25	50700.00	5450.000			
26	50725.00	5450.000			
27	50750.00	5450.000			
28	50100.00	5475.000			
29	50125.00	5475.000	1	0.6300000	-67372037
30	50150.00	5475.000	1	0.6300000	-67372037
31	50175.00	5475.000	1	0.6300000	-67372037
32	50200.00	5475.000	1	0.6300000	-67372037
33	50225.00	5475.000	1	0.6300000	-67372037
34	50250.00	5475.000	2	0.6300000	2
35	50275.00	5475.000	2	0.6757294	1
36	50300.00	5475.000	2	0.6765930	1
37	50325.00	5475.000	2	0.6761302	1
38	50350.00	5475.000	2	0.6754944	1
39	50375.00	5475.000	3	0.6961419	1
40	50400.00	5475.000	3	0.7134087	1
41	50425.00	5475.000	3	0.6775418	1
42	50450.00	5475.000	2	0.5651790	1
43	50475.00	5475.000	2	0.5178806	1
44	50500.00	5475.000	2	0.3378999	1
45	50525.00	5475.000	2	1.347133	1
46	50550.00	5475.000			
47	50575.00	5475.000			
48	50600.00	5475.000			
49	50625.00	5475.000			
50	50650.00	5475.000			
51	50675.00	5475.000			
52	50700.00	5475.000			
53	50725.00	5475.000			
54	50750.00	5475.000			
55	50100.00	5500.000	1	0.6300000	1
56	50125.00	5500.000	1	0.6300000	1
1	2	3	4	5	6

LEYENDA

1. Número de Bloque.
2. Coordenada Norte del Bloque.
3. Coordenada Este del Bloque.
4. ~~Número de Muestras que entran~~ en la Estimación.
5. Ley estimada del Bloque.
6. Código de Validación del Algoritmo.

57	50150.00	5500.000	1	0.6300000	1
58	50175.00	5500.000	1	0.6300000	1
59	50200.00	5500.000	2	0.7745200	1
60	50225.00	5500.000	2	0.7091196	1
61	50250.00	5500.000	2	0.6842663	1
62	50275.00	5500.000	2	0.6733896	1
63	50300.00	5500.000	2	0.6728386	1
64	50325.00	5500.000	3	0.6795337	1
65	50350.00	5500.000	3	0.6101830	1
66	50375.00	5500.000	3	0.7223747	1
67	50400.00	5500.000	3	0.7054567	1
68	50425.00	5500.000	3	0.6871804	1
69	50450.00	5500.000	3	0.6690150	1
70	50475.00	5500.000	3	0.6518787	1
71	50500.00	5500.000	2	0.5433079	1
72	50525.00	5500.000	2	0.4838076	1
73	50550.00	5500.000	2	0.2593455	1
74	50575.00	5500.000	1	0.6100000	1
75	50600.00	5500.000			
76	50625.00	5500.000			
77	50650.00	5500.000			
78	50675.00	5500.000			
79	50700.00	5500.000			
80	50725.00	5500.000			
81	50750.00	5500.000			
82	50100.00	5525.000	1	0.6300000	1
83	50125.00	5525.000	1	0.6300000	1
84	50150.00	5525.000	1	0.6300000	1
85	50175.00	5525.000	2	1.057256	1
86	50200.00	5525.000	2	0.7470087	1
87	50225.00	5525.000	2	0.6965114	1
88	50250.00	5525.000	2	0.6763840	1
89	50275.00	5525.000	2	0.6687831	1
90	50300.00	5525.000	3	0.6689745	1
91	50325.00	5525.000	3	0.5336404	1
92	50350.00	5525.000	3	0.7574248	1
93	50375.00	5525.000	3	0.7392573	1
94	50400.00	5525.000	3	0.7175134	1
95	50425.00	5525.000	3	0.6950794	1
96	50450.00	5525.000	3	0.6736577	1
97	50475.00	5525.000	3	0.6541353	1
98	50500.00	5525.000	3	0.6368818	1
99	50525.00	5525.000	2	0.5317409	1
100	50550.00	5525.000	2	0.4665657	1
101	50575.00	5525.000	1	0.6100000	1
102	50600.00	5525.000	1	0.6100000	1
103	50625.00	5525.000			
104	50650.00	5525.000			
105	50675.00	5525.000			
106	50700.00	5525.000			
107	50725.00	5525.000			
108	50750.00	5525.000			
109	50100.00	5550.000	1	0.6300000	1
110	50125.00	5550.000	1	0.6300000	1
111	50150.00	5550.000	2	0.2892160	1
112	50175.00	5550.000	2	0.9106240	1
113	50200.00	5550.000	2	0.7223608	1
114	50225.00	5550.000	2	0.6837045	1
115	50250.00	5550.000	2	0.6678432	1
116	50275.00	5550.000	3	0.6659430	1